1. Dodatek

1.1. Wykorzystanie programu Excel do analizy wyników doświadczalnych z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów

Metodę najmniejszych kwadratów omówimy na przykładzie hipotetycznego doświadczenia, polegającego na wyznaczeniu liniowego współczynnika rozszerzalności cieplnej. Ogrzewamy metalowy pręt i mierzymy jego długość dla kolejnych temperatur. Długość pręta zmienia się zgodnie z zależnością:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta t) = l_0 + l_0\alpha\Delta t\,,$$

gdzie l_0 jest długością pręta w temperaturze $0°\mathrm{C}$, α - współczynnikiem rozszerzalności liniowej a $\Delta t = t - 0°\mathrm{C}$ jest różnicą temperatury. Długość pręta jest liniową funkcją temperatury, czyli spełnia równanie w postaci:

$$y = b + ax\,,$$

a więc współczynniki prostej są równe:

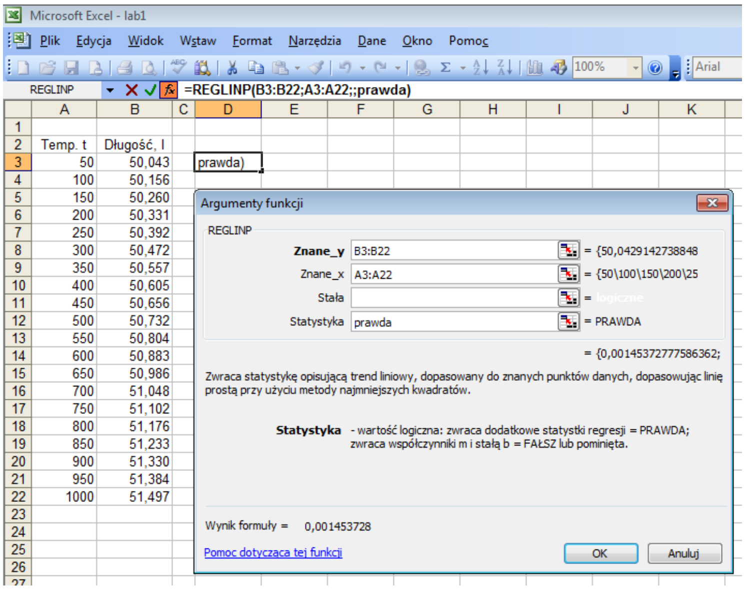
$$b = l_0, \quad a = l_0\alpha\,.$$

Jednym z programów pozwalających na wyliczenie tych współczynników jest Excel, a dokładnie funkcja statystyczna REGLINP, która wylicza wartości tych współczynników wraz z ich niepewnościami wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów. Omówimy teraz dokładnie procedurę wykorzystania tej funkcji.

Krok 1.
Wprowadź dane do arkusza kalkulacyjnego. Są nimi temperatura i odpowiadająca jej długość pręta (komórki A3:B22).

Krok 2.

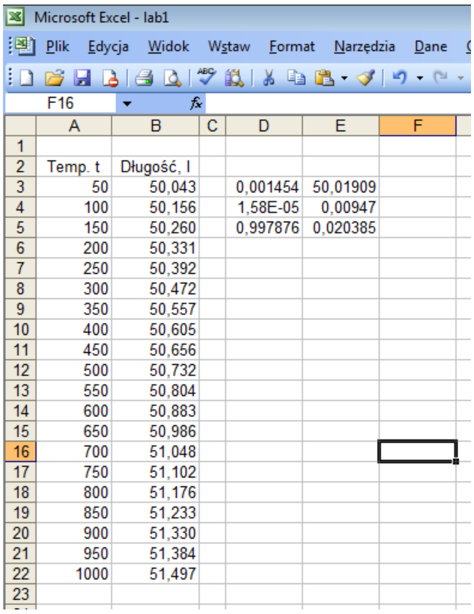
Zaznacz kursorem komórki arkusza (D3:E5) i kliknij przycisk z napisem „f_x” , który służy do uruchomienia okna dialogowego wyboru odpowiedniej funkcji. Znajduje się on obok paska formuły. Ze zbioru funkcji statystycznych wybierz funkcję REGLINP i po otwarciu okna dialogowego wypełnij je w sposób pokazany na rysunku.



Krok 3.

Zatwierdź wprowadzone dane używając klawiszy Ctrl+Shift+Enter. Wówczas zostaną automatycznie wypełnione zaznaczone wcześniej pola (D3:E6). Nie zatwierdzaj przyciskiem OK, ponieważ wtedy zostałoby wypełnione tylko jedno pole. W zaznaczonych polach otrzymujesz informację o:

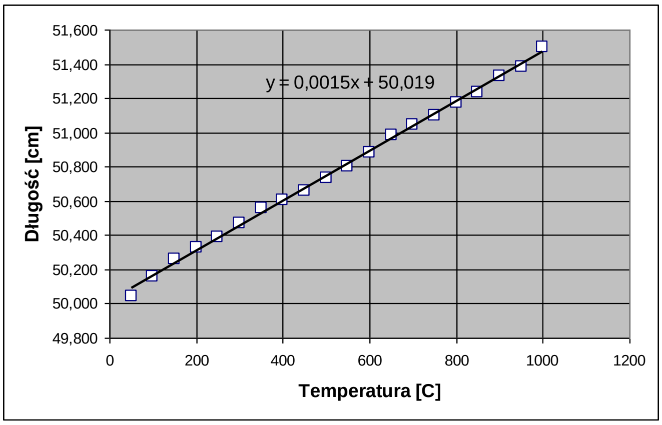
Pole	Opis
D3	Współczynnik kierunkowy prostej - *a*
D4	Niepewność współczynnika kierunkowego - *u(a)*
E3	Punkt przecięcia z osią *y* - *b*
E4	Niepewność wyznaczenia punktu przecięcia – *u(b)*
D5	Współczynnik korelacji określający jakość dopasowania
E5	Standardowy błąd oceny *y* (niewykorzystywany w I pracowni)



	A	B	C	D	E	F
1						
2	Temp. t	Długość, l				
3	50	50,043		0,001454	50,01909	
4	100	50,156		1,58E-05	0,00947	
5	150	50,260		0,997876	0,020385	
6	200	50,331				
7	250	50,392				
8	300	50,472				
9	350	50,557				
10	400	50,605				
11	450	50,656				
12	500	50,732				
13	550	50,804				
14	600	50,883				
15	650	50,986				
16	700	51,048				
17	750	51,102				
18	800	51,176				
19	850	51,233				
20	900	51,330				
21	950	51,384				
22	1000	51,497				
23						

Krok 4.
W celu narysowania wykresu zaznacz komórki z danymi (A3:B22). Następnie kliknij na przycisk „kreator wykresów” (znajduje się on na pasku narzędziowym „standardowy” lub na wstążce …………..w zależności od wersji programu). Z listy dostępnych typów wykresów wybierz „punktowy”. Kliknij dwa razy przycisk „Dalej” i w kolejnym oknie ustaw takie parametry wykresu jak opisy osi, linie siatki itp. Zakończ pierwszy etap tworzenia wykresu klikając przycisk „Zakończ”.

Krok 5.
Kliknij na wykresie wtedy w menu głównym programu Excel pojawi się pozycja „Wykres” (w wersji 2003) …… uzupełnić o inną. Kliknij na nią i z rozwiniętej listy wybierz opcję „Dodaj linię trendu”. Z dostępnych typów wybierz „liniowy”. Na zakładce „opcje” zaznacz pozycje „wyświetl równanie na wykresie”. Zatwierdź przyciskiem „OK”. Otrzymujemy wykres w postaci przedstawionej na rysunku.



Na podstawie otrzymanych w komórka (D3:E5) wartości zapiszemy:

$$a = 145{,}4 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{cm}}{^\circ\mathrm{C}} \qquad u(a) = 1{,}58 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{cm}}{^\circ\mathrm{C}}$$
$$b = 50{,}0191\mathrm{cm} = l_0 \qquad u(b) = 0{,}0095\mathrm{cm} = u(l_0)$$

$$\alpha = \frac{a}{l_0} = \frac{145{,}4 \cdot 10^{-5}}{50{,}0191} \approx 2{,}907 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{^\circ\mathrm{C}}$$

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial a}u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial l_0}u(l_0)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{u(a)}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{-a}{l_0^2}u(l_0)\right)^2} =$$
$$= \sqrt{\left(\frac{1{,}58 \cdot 10^{-5}}{50{,}0191}\right)^2 + \left(\frac{145{,}4 \cdot 10^{-5}}{50{,}0191^2} \cdot 0{,}0095\right)^2} \approx 0{,}032 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{^\circ\mathrm{C}}$$

$$\alpha = (2{,}907 \pm 0{,}032) \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{^\circ\mathrm{C}}$$