Rzeszów, dnia …..

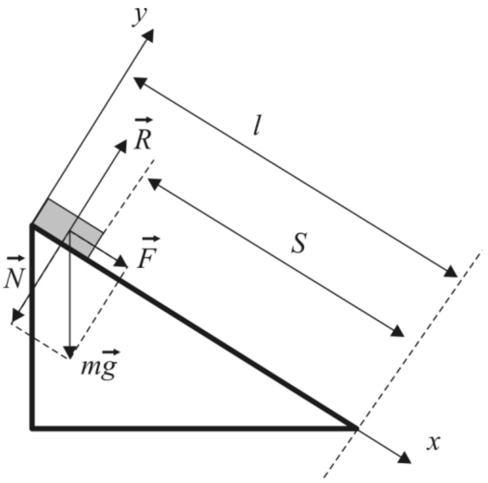
IBB0-DI

(Strona tytułowa zgodnie z aktualnym wzorcem podanym na stronie www)

Sprawozdanie z ćwiczenia nr 125
Wyznaczanie współczynnika tarcia kinetycznego

Jan Kowalski
grupa L-12

1. Wprowadzenie do ćwiczenia ***(Indywidualnie przez każdego studenta, nie można kopiować całych fragmentów książek i innych zasobów / takie źródła mogą być wykorzystane jedynie jako podstawa do samodzielnego opracowania teorii.)***



Rysunek 1. Układ pomiarowy. ***(Jeśli rysunek wykonałeś/aś samodzielnie wstaw podpis – jeśli korzystasz z rysunku znalezionego w podręczniku lub na stronie internetowej → koniecznie podaj źródło.***

Pomiędzy dwiema powierzchniami poruszającymi się względem siebie i dociskanymi siłą $\vec{N}$ działa siła tarcia równa:

$$\vec{T} = -\mu_k N \frac{\vec{v}}{v},$$

(równania tworzymy za pomocą edytora wzorów!)

(wzory znalezione na stronach www i wstawione jako „grafika” → dyskwalifikują sprawozdanie. Inżynier musi umieć posługiwać się edytorem tekstu!)

gdzie μ_k jest współczynnikiem tarcia kinetycznego. Siła tarcia jest skierowana przeciwnie do kierunku wektora prędkości stąd jej zwrot jest wyznaczony przez wektor jednostkowy $-\frac{\vec{v}}{v}$. Siła tarcia przeciwdziała poślizgowi ciała. Jest proporcjonalna do prostopadłej do powierzchni siły nacisku, nie zależy od powierzchni zetknięcia, ani od prędkości ciała. Współczynnik tarcia kinetycznego wyznaczymy badając zsuwanie się ciała po równi pochyłej.

Siły działające na klocek zsuwający się z równi przedstawiono na rysunku. Siła wypadkowa wynosi:

$$F = ma = mg \sin\alpha - \mu_k mg \cos\alpha,$$

a więc przyspieszenie klocka jest równe:

$$a = g(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha).$$

Przyspieszenie klocka jest stałe, więc w czasie *t* przebędzie on drogę:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)t^2.$$

Przekształcając ostatnie równanie otrzymamy zależność określającą współczynnik tarcia w postaci:

$$\mu_k = \frac{\sin\alpha - \frac{2s}{gt^2}}{\cos\alpha}.$$

Uwzględniając, że $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, gdzie *l* jest długością równi, a $\cos\alpha = \sqrt{\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$ otrzymamy ostatecznie zależność na współczynnik tarcia:

$$\mu_k = \frac{\frac{h}{l} - \frac{2s}{gt^2}}{\sqrt{1-\frac{h^2}{l^2}}} = \frac{h - \frac{2sl}{gt^2}}{\sqrt{l^2-h^2}} \qquad (1).$$

(wyprowadzenie wzoru/wzorów niezbędnych do wykonania obliczeń)

2. Metodologia wykonania ćwiczenia

Przyrządy: równia o regulowanej wysokości, linijka, stoper, klocek.

2.1. Kolejność czynności *(Przepisać/przekopiować z instrukcji do ćwiczenia):*

1. Ustaw wskazaną przez prowadzącego wysokość równi *h*.
2. Zmierz długość równi *l*.
3. Zmierz długość klocka l_k.
4. Wyznacz drogę *s*, którą przebędzie klocek.
5. Połóż klocek na szczycie równi i zmierz czas *t* zsuwania się klocka.
6. Pomiar czasu powtórz 20 razy.
7. Wyniki pomiarów zapisz w tabeli.

3. Tabela pomiarowa *(uwierzytelniona podpisem!):*

l	h	l_k	s	$t_{śr}$
[m]	[m]	[m]	[m]	[s]
1	0,42	0,1	0,9	1,76

t	1,70	1,75	1,69	1,82	1,66	1,73	1,89	1,67	1,72	1,88
[s]	1,90	1,59	1,72	1,64	1,71	1,83	1,91	1,87	1,73	1,77

4. Obliczenia

4.1. Kolejność obliczeń (*Przepisać/przekopiować z instrukcji do ćwiczenia*):

1. Policzyć średni czas zsuwania się klocka z równi
2. Wyznaczyć współczynnik tarcia kinetycznego zgodnie ze wzorem (1)
3. Policzyć niepewności pomiarowe:
   a. długości metodą typu B,
   b. czasu – metodą typu A,
   c. drogi – jako niepewność złożoną,
   d. niepewność współczynnika tarcia jako niepewność złożoną
   e. policzyć niepewność współczynnika tarcia jako niepewność względną

Ad.1. Obliczam średnią wartość czasu:

podstawienie

wzór

wynik

$$t_{śr} = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{n} = \frac{1,70 + 1,75 + 1,69 + 1,82 + 1,66 + 1,73 + 1,89 + \cdots \ldots.}{20} = 1,76s$$

(Robiąc obliczenia podaj kolejno: wzór -> podstawienie -> wynik)

(Jeśli obliczenia wymagają wykonanie takich samych obliczeń dla całej serii wyników – w sprawozdaniu umieść jedno przykładowe obliczenie zgodne z podanym powyżej wzorcem – dla pozostałych obliczeń możesz od razu podać wynik np. wyliczony na kalkulatorze lub w arkuszu kalkulacyjnym)

(Jeśli obliczenia wykonujesz np. w excelu – w sprawozdaniu umieść tabelę z obliczeniami z tego programu – dodaj opis jakie formuły znajdują się w poszczególnych komórkach!)

Ad.2. Obliczam współczynnik tarcia kinetycznego

$$\mu_k = \frac{h - \frac{2sl}{gt_{śr}^2}}{\sqrt{l^2 - h^2}} = \frac{0{,}42m - \frac{2\cdot 0{,}9m\cdot 1m}{9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot(1{,}76s)^2}}{\sqrt{1^2 - 0{,}42^2}m} \approx 0{,}39754,$$

gdzie droga $s = l - l_k = (1 - 0{,}1)m = 0{,}9m.$

Ad. 3. Obliczam niepewności pomiarowe:

- niepewność pomiaru długości metodą typu B:

$$u(l) = u(l_k) = u(h) = \pm\frac{\Delta l}{\sqrt{3}} = \pm\frac{1\cdot 10^{-3}m}{\sqrt{3}} = 0{,}5773\cdot 10^{-3}m \approx 0{,}58\cdot 10^{-3}m.$$

- niepewność pomiaru czasu obliczam metodą typu A:

$$u(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20}(t_i - t_{śr})^2}{20(20-1)}} = 0{,}022s = 22\cdot 10^{-3}s.$$

- niepewność drogi obliczam jako niepewność złożoną:

$$u(s) = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial l}u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial l_k}u(l_k)\right)^2} = \sqrt{(u(l))^2 + (u(l_k))^2} =$$

$$= \sqrt{(0{,}58\cdot 10^{-3})^2 + (0{,}58\cdot 10^{-3})^2} = 0{,}82\cdot 10^{-3}m$$

- niepewność współczynnika tarcia obliczam jako niepewność złożoną:

$$u(\mu_k) = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu_k}{\partial h}u(h)\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial s}u(s)\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial l}u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial t}u(t)\right)^2}$$

Obliczam pochodne występujące w niepewności złożonej:

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial h} = \frac{\sqrt{l^2 - h^2} - \left(h - \frac{2sl}{gt_{śr}^2}\right)\frac{(-h)}{\sqrt{l^2 - h^2}}}{l^2 - h^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{1^2 - 0{,}42^2} + \left(0{,}42 - \frac{2\cdot 0{,}9\cdot 1}{9{,}81\cdot 1{,}76^2}\right)\frac{0{,}42}{\sqrt{1^2 - 0{,}42^2}}}{1^2 - 0{,}42^2} = 0{,}8991\frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial s} = \frac{-\frac{2l}{gt_{śr}^2}}{\sqrt{l^2 - h^2}} = -\frac{2l}{gt_{śr}^2\sqrt{l^2 - h^2}} = -\frac{2 \cdot 1}{9,81 \cdot 1,76^2 \cdot \sqrt{1^2 - 0,42^2}} = -0,0725\,\frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial l} = \frac{-\frac{2s}{gt^2}\sqrt{l^2 - h^2} - \left(h - \frac{2sl}{gt_{śr}^2}\right)\frac{l}{\sqrt{l^2 - h^2}}}{l^2 - h^2} =$$

$$= \frac{-\frac{2 \cdot 0,9}{9,81 \cdot 1,76^2} \cdot \sqrt{1^2 - 0,42^2} - \left(0,42 - \frac{2 \cdot 0,9 \cdot 1}{9,81 \cdot 1,76^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1^2 - 0,42^2}}}{1^2 - 0,42^2} = -0,548\,\frac{1}{m}$$

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial t} = \frac{\frac{4sl}{gt_{śr}^3}}{\sqrt{l^2 - h^2}} = \frac{4sl}{gt_{śr}^3\sqrt{l^2 - h^2}} = \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 1}{9,81 \cdot 1,76^3\sqrt{1^2 - 0,42^2}} = 0,074\,\frac{1}{s}$$

Obliczam niepewność współczynnika tarcia:

$$\left(u(\mu_k)\right)^2 = (0,8991 \cdot 0,58 \cdot 10^{-3})^2 + (-0,0725 \cdot 0,82 \cdot 10^{-3})^2 +$$
$$(-0,548 \cdot 0,58 \cdot 10^{-3})^2 + (0,074 \cdot 22 \cdot 10^{-3})^2$$

$$u(\mu_k) = \sqrt{0,272 + 0,004 + 0,101 + 2,65} \cdot 10^{-3} = 1,73 \cdot 10^{-3} = 0,0018$$

Obliczam niepewność względną:

$$\frac{u(\mu_k)}{\mu_k} \cdot 100\% = \frac{0,0018}{0,3975} \cdot 100\% = 0,45\%$$

5. Podanie wyniku końcowego *(z dokładnością do dwóch cyfr znaczących)*

Na podstawie obliczeń otrzymałem następujący przedział na wartość współczynnika tarcia kinetycznego:

$$\mu_k = 0,3975 \pm 0,0018.$$

6. Wnioski

Współczynnik tarcia kinetycznego wyznaczono z dobrą dokładnością, niepewność względna wynosi 0,45%. Jak widać największy wpływ na niepewność współczynnika tarcia ma dokładność pomiaru czasu – składnik związany z pomiarem czasu w niepewności bezwzględnej jest największy.